問題を解く前に……（参考にしてください）

2．標準化得点と偏差値

データの変換を用いているものの一つに試験結果から得られる偏差値があります。ここでは，偏差値の基になる標準化得点と偏差値の求め方を説明します。

A 君は，数学と現代文のテストで，それぞれ 75 点をとりました。クラスの平均点はともに 55 点でした。両方とも平均点より 20 点多くとったので「同じくらいの出来」といってよいでしょうか？

それぞれの科目のヒストグラムを見てみましょう。ここでは得点の間隔を同じにした横軸を用います。これを「得点が目盛の定規」とよぶことにします。

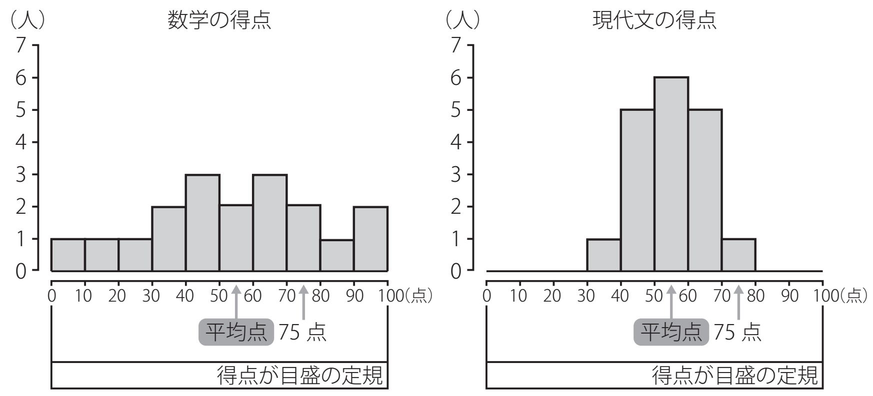

図 1.5.2：数学の得点と現代文の得点の分布（得点が目盛の定規）

得点の散らばりの程度を考慮すると，A 君は現代文の方が「よく出来た」と考えてよいでしょう。データから計算すると数学の標準偏差が 25，現代文の標準偏差が 10 でした。この「出来のよさ」を標準偏差も考慮して数値化することはできないでしょうか。

この例では平均値が同じでしたが，一般に，平均値や散らばりの程度が異なるとき，「得点が目盛の定規」でなく，平均値を 0 にずらし，散らばりの程度を表す標準偏差を 1 目盛とした新しい定規を考えます。これを「標準偏差が目盛の定規」とよぶことにします。この定規で測りますと，数学の標準偏差が 25，現代文の標準偏差が 10 でしたので，次のように，数学は 1 近くの値をとり，現代文は 2 近くの値をとることがわかります。

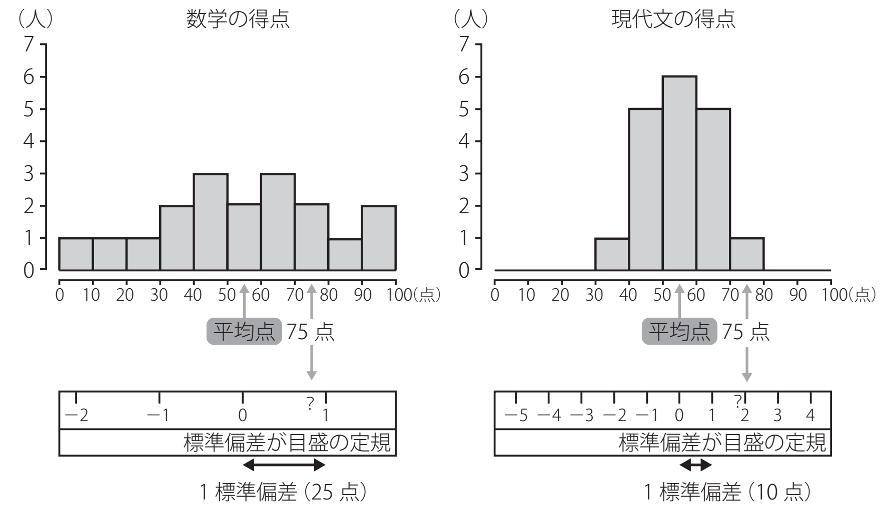

図 1.5.3：数学の得点と現代文の得点の分布（標準偏差が目盛の定規）

実際に，それぞれの 75 点をこの定規で測ってみましょう。

$$数学：\frac{75-55}{25}=\frac{20}{25}=0.8 \qquad 現代文：\frac{75-55}{10}=\frac{20}{10}=2$$

となり，現代文の方が高い数値となり「出来のよさ」を数値化することができました。一般に，各観測値から平均値を引き標準偏差で割ることを標準化，実際に得られた新たな数値を標準化得点といいます。

定　義

$$（標準化得点）=\frac{（観測値）-（平均値）}{（標準偏差）}$$

標準化得点に単位はありません。このような単位のない数値を無名数といいます。また，この変換後のデータの平均値は常に 0 で，標準偏差は常に 1 となります（そうなるように，定規をずらしたのです）。標準化得点を知ると，平均値と標準偏差の値に関係なく，各観測値が平均値から標準偏差の何倍分のプラス，または，マイナスに離れているかがわかります。そのため，標準化得点は，統計学ではしばしば利用されます。

たとえば，「私の身長の標準化得点は 1 で，体重の標準化得点は 1.3 である」ということがわかりますと，身長も体重も平均値より大きな値をとっていますが，身長に比べて体重の方が平均値より離れていることがわかります。

日本の教育現場では，標準化得点の数値を 10 倍して 50 を加えたものを用いています。この数値を偏差値といいます。このようにしますと，偏差値で示されたデータの平均値が 50，標準偏差が 10 となります。

定　義

$$（偏差値）=\frac{（得点）-（平均点）}{（標準偏差）}\times10+50$$

A 君のそれぞれの科目の偏差値を求めてみましょう。

$$数　学：\frac{75-55}{25}\times10+50=0.8\times10+50=58$$

$$現代文：\frac{75-55}{10}\times10+50=2\times10+50=70$$

現代文の方が「よく出来た」と数値で感じることができるでしょう。

偏差値も単位はなく，無名数となります。しかし，平均点が 50 点，標準偏差が 10 点である 100 点満点試験をイメージされるため誤解を招くことがあります。偏差値の成り立ちを理解して利用しましょう。

例題　次の表を埋めて，A ～ E 君のそれぞれの偏差値を求めなさい。

	点数 x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	偏差値 $\frac{x-②}{⑤}\times10+50$
A 君	0	−3	9	35
B 君	2	−1	1	45
C 君	3	0	0	50
D 君	4	1	1	55
E 君	6	3	9	65
	計 15 ①		計 20 ③	
	平均点①÷5 3 ②		分散③÷5 4 ④	
			標準偏差√④ 2 ⑤